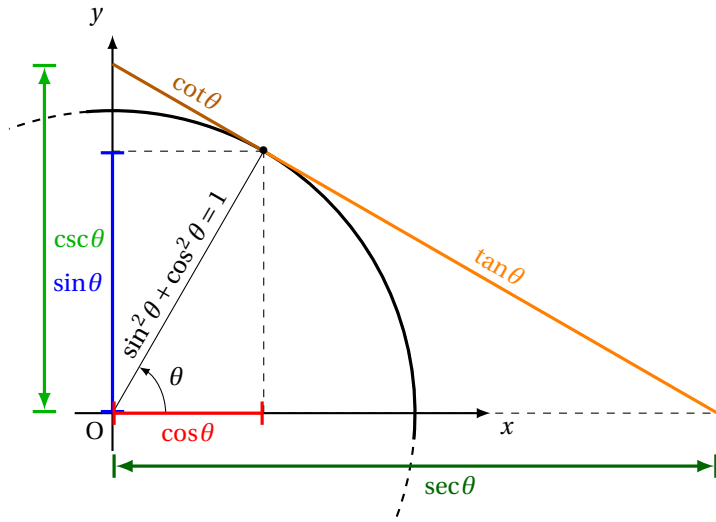


TRIGONOMÉTRIE

Définitions et propriétés



Les fonctions $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ sont définies comme étant les coordonnées x et y d'un point placé sur un cercle unité de centre O , à un angle θ dans le sens trigonométrique (voir figure). On en déduit par symétrie par rapport aux axes (Ox) et (Oy) ,

$$\sin(-\theta) = -\sin(\theta) \quad \text{et} \quad \cos(-\theta) = \cos(\theta), \quad (1)$$

et par Pythagore

$$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1 \quad (2)$$

Les autres fonctions trigonométriques sont définies par combinaison des fonctions cosinus et sinus :

$$\begin{aligned} \tan(\theta) &= \sin(\theta) / \cos(\theta) & \cot(\theta) &= \cos(\theta) / \sin(\theta) \\ \sec(\theta) &= 1 / \cos(\theta) & \csc(\theta) &= 1 / \sin(\theta) \end{aligned}$$

Addition, différence et produit

Formules à apprendre par cœur :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \quad (3)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta) \quad (4)$$

En remplaçant β par α , ces formules permettent de prouver des identités importantes comme :

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha) &= 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ \cos(2\alpha) &= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha), \end{aligned}$$

ou encore en utilisant (3) et (4) où β est remplacé par $-\beta$ (s'aider de (1)) :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha) \cos(\beta) &= \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2} \\ \sin(\alpha) \sin(\beta) &= \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}, \end{aligned}$$

La formule $\cos(2\alpha)$ et souvent réécrite en utilisant (2) pour obtenir :

$$\begin{aligned} \cos(2\alpha) &= 1 - 2 \sin^2(\alpha) & \cos(2\alpha) &= 2 \cos^2(\alpha) - 1 \\ \Leftrightarrow \sin^2(\alpha) &= \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2} & \cos^2(\alpha) &= \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2} \end{aligned}$$

Des formules sur la fonction tangente peuvent être déduites en divisant (3) par (4) :

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)}{\cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)}$$

Puis en divisant le numérateur et le dénominateur par $\cos(\alpha) \cos(\beta)$:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha) \tan(\beta)} \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)}$$

Enfin des formules simples peuvent être retrouvées à partir de (3) et (4) :

$$\begin{aligned} \sin(\pi/2 - \theta) &= \sin(\pi/2) \cos(\theta) + \cos(\pi/2) \sin(\theta) \\ &= \cos(\theta) \\ \cos(x - \pi) &= \cos(x) \cos(\pi) - \sin(x) \sin(\pi) \\ &= -\cos(x) \end{aligned}$$

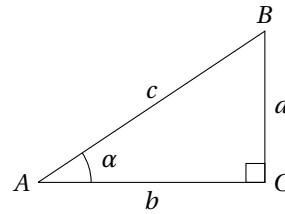
Dérivées et intégrales

En notant C une constante :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \sin(x) &= \cos(x), & \int \sin(x) dx &= -\cos(x) + C, \\ \frac{d}{dx} \cos(x) &= -\sin(x), & \int \cos(x) dx &= \sin(x) + C, \\ \frac{d}{dx} \tan(x) &= \sec^2(x), & \int \tan(x) dx &= \ln|\sec(x)| + C. \end{aligned}$$

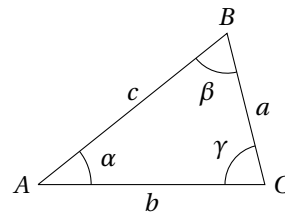
Formules dans un triangle rectangle

SOH - CAH - TOA



$$\begin{aligned} \sin(\alpha) &= \frac{a}{c} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}} \\ \cos(\alpha) &= \frac{b}{c} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}} \\ \tan(\alpha) &= \frac{a}{b} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}} \end{aligned}$$

Formules dans un triangle



$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin(\alpha)} &= \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma) \end{aligned}$$

Tables trigonométriques

θ (rad)	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
θ (deg)	0	30	45	60	90
$\sin(\theta)$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos(\theta)$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\tan(\theta)$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

Plan complexe

Formule d'Euler : $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$. Ce qui donne avec (1) les formules très connues :

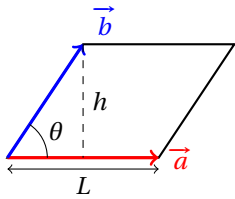
$$\cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \quad \sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

GÉOMÉTRIE

SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

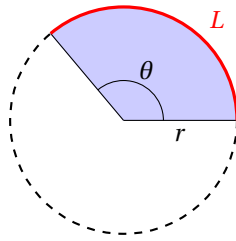
Surfaces

Parallélogramme
(parallélépipède rectangle)



$$\begin{aligned} \text{Aire} &= \|\vec{a} \wedge \vec{b}\| \\ &= ab \sin(\theta) \\ &= Lh \end{aligned}$$

Secteur circulaire
(avec θ en radians)



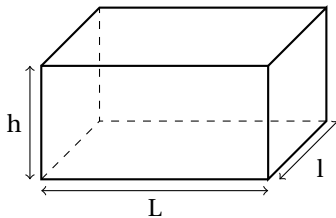
$$\begin{aligned} L &= \theta r \\ \text{Aire} &= \theta r^2 / 2 \end{aligned}$$

Lettres Grecques

α	alpha	π	pi
β	beta	ρ	rho
γ, Γ	gamma	σ, Σ	sigma
δ, Δ	delta	τ	tau
ε	epsilon	χ	chi
η	eta	ϕ, φ, Φ	phi
θ, Θ	theta	ψ, Ψ	psi
λ, Λ	lambda	ω, Ω	omega
κ	kappa	ν	nu
μ	mu	ξ, Ξ	xi

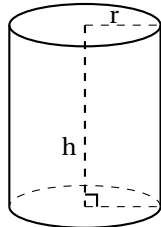
Volumes

Pavé droit
(parallélépipède rectangle)



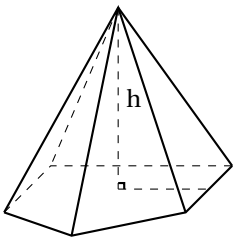
$$\text{Volume} = \text{Base} \times h = llh$$

Cylindre
(droit ou incliné)



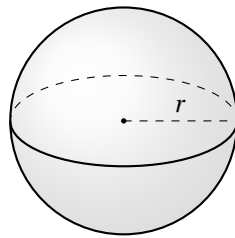
$$\text{Volume} = \text{Base} \times h = \pi r^2 h$$

Pyramide
(de même pour le cône)



$$\text{Volume} = \frac{\text{Base} \times h}{3}$$

Sphère - Boule



$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ \text{Aire} &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

Puissances de 10

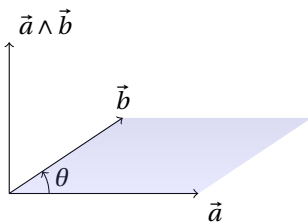
exa	E	10^{18}	deci	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	centi	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	milli	m	10^{-3}
giga	G	10^9	micro	μ	10^{-6}
mega	M	10^6	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^3	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^2	femto	f	10^{-15}
déca	da	10^1	atto	a	10^{-18}

CONSTANTES PHYSIQUES ET AUTRES DONNÉES

Constantes physiques et autres

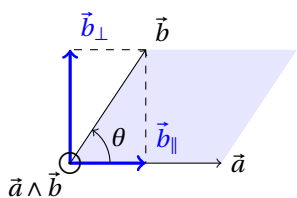
Grandeur	Valeur
Vitesse de la lumière	$c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,60219 \times 10^{-19} \text{ C}$
Nombre d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6,02204 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante gravitationnelle	$G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$
Constante des gaz parfaits	$\mathcal{R} = 8,3144 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
Constante de Faraday	$F = 96484 \text{ C.mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38066 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
Constante de Planck	$h = 6,62617 \times 10^{-34} \text{ J.s}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,10953 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masse du neutron	$m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Masse du proton	$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Permittivité du vide	$\epsilon_0 = 8,85419 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
Masse du Soleil	$M_\odot = 1,9891 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masse de la Terre	$M_\oplus = 5,9736 \times 10^{24} \text{ kg}$
Masse de la Lune	$M_\zeta = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$
Rayon du Soleil	$R_\odot = 696\,000 \text{ km}$
Rayon de la Terre (équateur)	$R_\oplus = 6\,378,14 \text{ km}$
Rayon de la Lune (équateur)	$R_\zeta = 3\,474,6 \text{ km}$
Distance Soleil-Terre (demi grand axe)	$d_{\odot\oplus} = 149\,597\,870 \text{ km}$
Distance Terre-Lune (demi grand axe)	$d_{\oplus\zeta} = 384\,400 \text{ km}$

Produit vectoriel



En coordonnées cartésiennes

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ b_x a_z - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned} \vec{b} &= \vec{b}_\perp + \vec{b}_\parallel \quad \text{avec} \quad \vec{b}_\parallel = \frac{(\vec{b} \cdot \vec{a}) \vec{a}}{\|\vec{a}\|^2} \\ \|\vec{b}_\perp\| &= \|\vec{b}\| \sin(\theta) \\ \|\vec{b}_\parallel\| &= \|\vec{b}\| \cos(\theta) \\ \vec{a} \wedge \vec{b} &= \underbrace{\vec{a} \wedge \vec{b}_\parallel}_{\vec{0}} + \vec{a} \wedge \vec{b}_\perp = \vec{a} \wedge \vec{b}_\perp \end{aligned}$$

Classification périodique des éléments

1 IA	2 IIA	3 IIIA	4 IVB	5 VB	6 VIB	7 VIIB	8 VIIIB	9 VIIIB	10 VIIIB	11 IB	12 IIB	13 IIIA	14 IVA	15 VA	16 VIA	17 VIIA	18 VIIIA												
1 1.0079 H Hydrogène	2 4.0025 He Hélium	3 6.941 Li Lithium	4 9.0122 Be Béryllium	5 22.990 Na Sodium	6 24.305 Mg Magnésium	7 39.098 K Potassium	8 87.62 Sr Strontium	9 132.91 Rb Rubidium	10 137.33 Ba Barium	11 223 Fr Francium	12 226 Ra Radium	13 10.811 B Bore	14 26.982 Al Aluminium	15 30.974 P Phosphore	16 32.065 S Soufre	17 35.453 Cl Chlore	18 39.948 Ar Argon												
19 39.098 K Potassium	20 40.078 Ca Calcium	21 44.956 Sc Scandium	22 47.867 Ti Titane	23 50.942 V Vanadium	24 51.996 Cr Chrome	25 54.938 Mn Manganèse	26 55.845 Fe Fer	27 58.933 Co Cobalt	28 58.693 Ni Nickel	29 63.546 Cu Cuivre	30 65.39 Zn Zinc	31 69.723 Ga Gallium	32 72.64 Ge Germanium	33 74.922 As Arsenic	34 78.96 Se Sélénium	35 79.904 Br Brome	36 83.8 Kr Krypton												
37 85.468 Rb Rubidium	38 87.62 Sr Strontium	39 88.906 Y Yttrium	40 91.224 Zr Zirconium	41 92.906 Nb Niobium	42 95.94 Mo Molybdène	43 95.94 Tc Technétium	44 101.07 Ru Ruthénium	45 101.07 Rh Rhodium	46 106.42 Pd Palladium	47 107.87 Ag Argent	48 112.41 Cd Cadmium	49 114.82 In Indium	50 118.71 Sn Étain	51 121.76 Sb Antimoine	52 127.6 Te Tellurium	53 126.9 I Iode	54 131.29 Xe Xénon												
55 132.91 Cs Césium	56 137.33 Ba Barium	57-71 La-Lu Lanthanide	72 178.49 Hf Hafnium	73 180.95 Ta Tantale	74 183.84 W Tungstène	75 186.21 Re Rhénium	76 190.23 Os Osmium	77 192.22 Ir Iridium	78 195.08 Pt Platinum	79 196.97 Au Or	80 200.59 Hg Mercure	81 204.38 Tl Thallium	82 207.2 Pb Plomb	83 208.98 Bi Bismuth	84 209 Po Polonium	85 210 At Astate	86 222 Rn Radon												
87 223 Fr Francium	88 226 Ra Radium	89-103 Ac-Lr Actinide	104 261 Rf Rutherfordium	105-106 Db Dubnium	106 266 Sg Seaborgium	107 264 Bh Bohrium	108 277 Hs Hassium	109 277 Mt Meitnerium	110 281 Ds Darmstadtium	111 280 Rg Roentgenium	112 285 Cn Copernicium	113 284 Nh Nihonium	114 289 Fl Flerovium	115 288 Mc Moscovium	116 293 Lv Livermorium	117 292 Ts Tennessee	118 294 Og Oganesson												
57 138.91 La Lanthanum	58 140.12 Ce Cérium	59 140.91 Pr Praseodymium	60 144.24 Nd Neodymium	61 145 Pm Prométhium	62 150.36 Sm Samarium	63 151.96 Eu Europium	64 157.25 Gd Gadolinium	65 158.93 Tb Terbium	66 162.50 Dy Dysprosium	67 164.93 Ho Holmium	68 167.26 Er Erbium	69 168.93 Tm Thulium	70 173.04 Yb Ytterbium	71 174.97 Lu Lutetium	72 175.04 Hf Hafnium	73 178.49 Ta Tungstène	74 180.95 W Tungstène	75 183.84 Re Rhénium	76 186.21 Os Osmium	77 190.23 Ir Iridium	78 195.08 Pt Platinum	79 196.97 Au Or	80 200.59 Hg Mercure	81 204.38 Tl Thallium	82 207.2 Pb Plomb	83 208.98 Bi Bismuth	84 209 Po Polonium	85 210 At Astate	86 222 Rn Radon
89 227 Ac Actinium	90 232.04 Th Thorium	91 231.04 Pa Protactinium	92 238.03 U Uranium	93 237 Np Neptunium	94 244 Pu Plutonium	95 243 Am Americium	96 247 Cm Curium	97 247 Bk Berkélium	98 251 Cf Californium	99 252 Es Einsteinium	100 257 Fm Fermium	101 258 Md Mendelevium	102 259 No Nobelium	103 262 Lr Lawrencium	104 262 Rf Rutherfordium	105 262 Db Dubnium	106 262 Sg Seaborgium	107 262 Bh Bohrium	108 262 Hs Hassium	109 262 Mt Meitnerium	110 262 Ds Darmstadtium	111 262 Rg Roentgenium	112 262 Cn Copernicium	113 262 Nh Nihonium	114 262 Fl Flerovium	115 262 Mc Moscovium	116 262 Lv Livermorium	117 262 Ts Tennessee	118 262 Og Oganesson

Z : masse
Symbole : Nom

Elem. de synthèse

- Alcalins
- Alcalino-terreux
- Métaux de transition
- Métalloïdes
- Non-métaux
- Halogènes
- Gaz rares
- Lanthanide
- Métaux pauvres
- Actinide